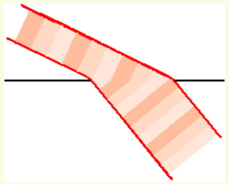


# 10 MECÂNICA ONDULATÓRIA

$$E = h\nu$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

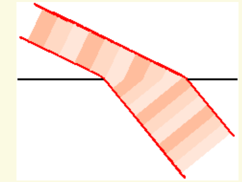
$$\frac{mv^2}{2} = \varepsilon - W$$

$$\lambda' - \lambda = \Lambda_0 \left(1 - \cos\theta\right)$$

$$m_e v r = n\hbar$$

$$E_n = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Z e_0^2}{r_n} = -\frac{Z^2}{n^2}\frac{e_0^2}{2a_0} = -13.6\frac{Z^2}{n^2}$$

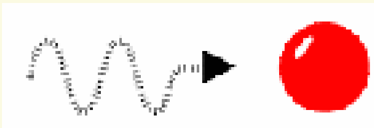
$$h\nu_{mn} = E_m - E_n$$



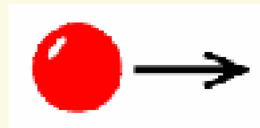
**O processo de absorção de um fotão por um electrão livre em repouso pode ser descrito em termos de uma colisão inelástica entre uma partícula com massa de repouso $m_0 = 0$, energia $E = hc/\lambda$ e momento linear $p=h/\lambda$, e o electrão com massa de repouso $m_e$.**

**(i) Escreva as leis de conservação da energia e do momento linear no processo de colisão.**

**(ii) Determine a velocidade do electrão após o choque. Use este resultado para justificar que um electrão livre não pode absorver um fotão.**



$p = h/\lambda$ $m_e$, $v = 0$

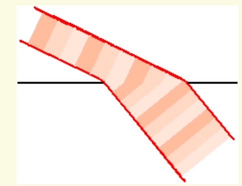


$m_e(v)$ $\vec{v}$

**(i)** $$\boxed{\frac{hc}{\lambda} + m_e c^2 = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \frac{h}{\lambda} = \frac{m_e v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

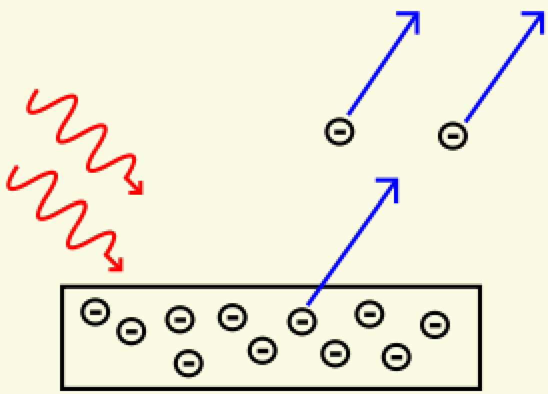
**(ii)** $$\boxed{v = c, \quad v = 0}$$

**Considere um efeito fotoeléctrico, onde sabe-se a massa em repouso para o electão $m_e$ e o trabalho de extracção W.**



**(i) Determine a velocidade máxima dos electrões emitidos por efeito fotoeléctrico, em regime relativista (para uma radiação gamma de comprimento de onda $\lambda_0$) e não relativista (para uma radiação ultravioleta de comprimento de onda $\lambda = 100\ \lambda_0$).**

**b) Determine o comprimento de onda $\lambda_B$ associado aos electrões emitidos.**

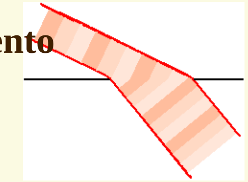


**(i)**

$$v^2 = c^2 \frac{\left(\frac{hc}{\lambda_0} - W\right)\left(2m_e c^2 + \frac{hc}{\lambda_0} - W\right)}{\left(m_e c^2 + \frac{hc}{\lambda_0} - W\right)^2}, \quad v^2 = \frac{2}{m_e}\left(\frac{hc}{\lambda} - W\right)$$

**(ii)**

$$\lambda_B = c^2 \frac{hc}{\sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda_0} - W\right)\left(2m_e c^2 + \frac{hc}{\lambda_0} - W\right)}}, \quad \lambda_B = \frac{h}{\sqrt{\frac{2}{m_e}\left(\frac{hc}{\lambda} - W\right)}}$$



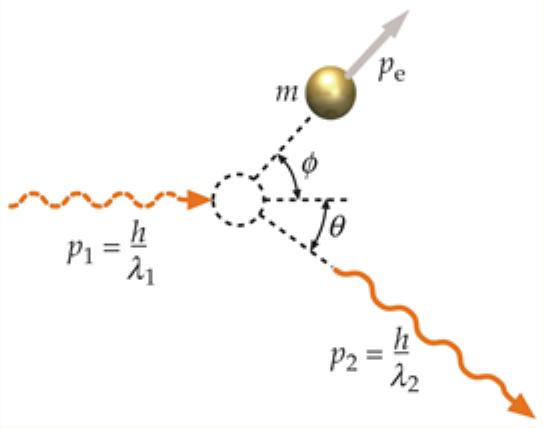
**Considere um fotão com o comprimento de onda $\lambda_1 = \Lambda_C$ (onde $\Lambda_C = h/m_0c$ é o comprimento de onda de Compton) que choca elasticamente com um electrão livre, parado, como está representado na Figura. Assumindo que o fotão foi desviado de um ângulo $\theta$ = 90º, determine:**

**(i) O ângulo $\phi$ segundo o qual foi desviado o electrão.**

**(ii) A energia cinética T do electrão de recuo.**

**(iii) A velocidade do electrão de recuo, em função da velocidade da luz c.**

**(iv) O comprimento da onda de Broglie $\lambda_B = h/mv$ associada ao electrão de recuo, em função de $\Lambda_C$.**

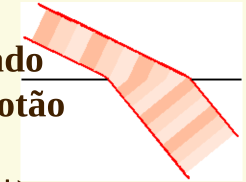



**(i)** $\boxed{tg\,\varphi = \frac{1}{2}}$

**(ii)** $\boxed{T = \frac{1}{2} m_0 c^2}$

**(iii)** $\boxed{v = \frac{\sqrt{5}}{3} c}$

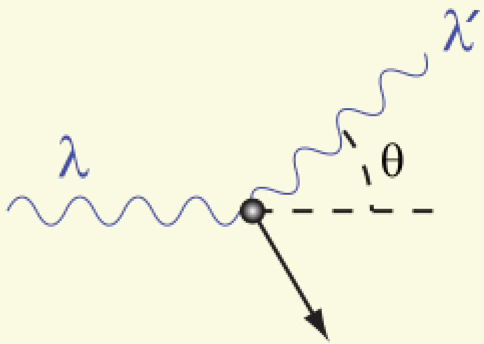
**(iv)** $\boxed{\lambda_B = \frac{2}{\sqrt{5}} \Lambda_C}$



**Considere um fotão que choca elasticamente com um electrão livre, parado, sendo desviado após o choque segundo um ângulo θ (ver figura). Sabendo os comprimentos de onda do fotão $\lambda' = 2\lambda = \Lambda_C$, onde $\Lambda_C = h/m_0c$ é o comprimento de onda de Compton, determine:**

**(i) os ângulos de desvio θ e ϕ do fotão e do electrão, respectivamente (determine cosθ e tgϕ).**

**(ii) o momento linear *p* do electrão após a colisão, em função de θ e ϕ.**




**(i)** $\boxed{\theta = 60^{\circ}, \quad \varphi = 30^{\circ}}$

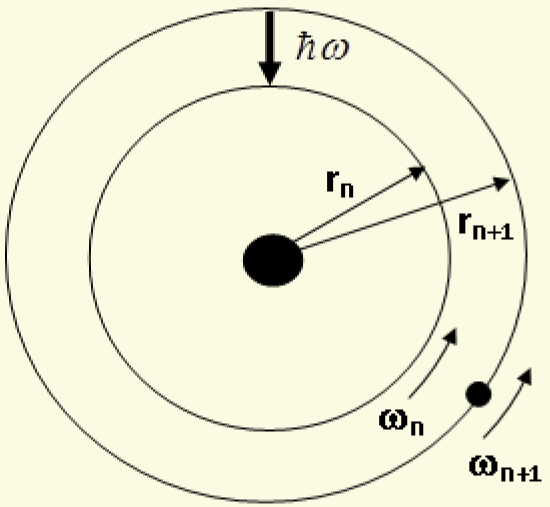
**(ii)** $\boxed{p = m_0 c\sqrt{3}}$

Considere o electrão do átomo de hidrogénio, em movimento numa órbita circular estacionária definida pelo 1º postulado de Bohr.

(i) Determine a expressão das velocidades angulares $\omega_n$ e $\omega_{n+1}$ do electrão nas órbitas **n** e **n+1**, respectivamente.

(ii) Determine a frequência $\omega$ do fotão emitido na transição da órbita estacionária **n+1** para a órbita **n**.

(iii) Mostre que $\omega_n > \omega > \omega_{n+1}$.



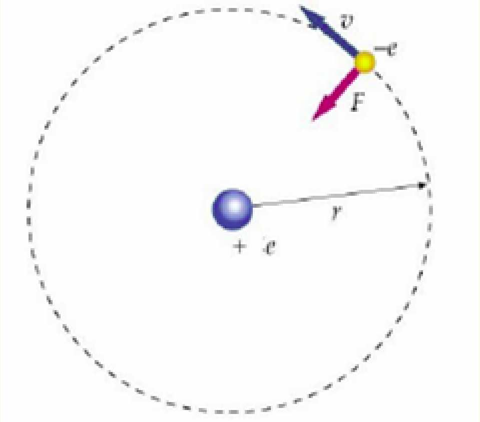

**(i)** $$\boxed{\omega_n = \frac{1}{n^3}\frac{e_0^2}{\hbar a_0}, \quad \omega_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^3}\frac{e_0^2}{\hbar a_0}}$$

**(ii)** $$\boxed{\omega = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}\frac{e_0^2}{2\hbar a_0}}$$

**Considere que o electrão do átomo de hidrogénio (com massa $m_0$), em movimento numa órbita circular estacionária (com raio $r$) definida pelo 1º postulado de Bohr, é submetido a uma interacção elástica com o núcleo, de modo que a força de atracção de Coulomb é substituída pela força elástica $F = -kr$. Admitindo que $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$ representa a frequência própria de oscilação do sistema, determine:**

**(i) os raios $r_n$ das órbitas estacionárias e as respectivas velocidades $v_n$ do electrão.**

**(ii) a energia $E_n$ do electrão nas órbitas estacionárias.**




**(i)** $\boxed{r_n^2 = n\frac{\hbar\omega_0}{k}, \quad v_n^2 = n\frac{\hbar\omega_0}{m}}$

**(ii)** $\boxed{E_n = n\hbar\omega_0}$