

7 MOVIMENTO HARMÓNICO SIMPLES

$$F_{el} = -kx$$

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

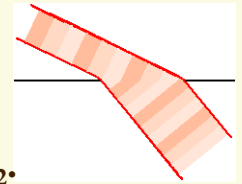
$$\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \text{constante}$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$$

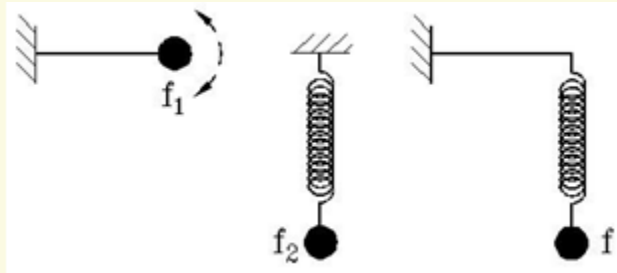
$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = -\omega^2 x$$

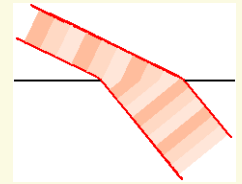


Uma pequena esfera ligada a uma vara elástica horizontal fixada na parede tem um movimento harmónico simples com frequência f_1 . A mesma esfera, ligada a uma mola vertical pendurada no tecto, efectua um movimento harmónico simples com frequência f_2 .

Determine a frequência f de oscilação da esfera quando a mola está pendurada na extremidade da vara elástica horizontal.

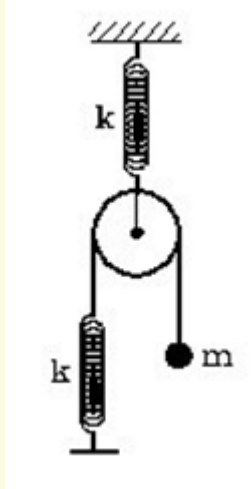


$$f = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}}$$



Um corpo de massa m é colocado na extremidade de um fio vertical na configuração representada na figura. Sabendo que as duas molas têm a mesma constante elástica k e desprezando a massa da roldana, determine:

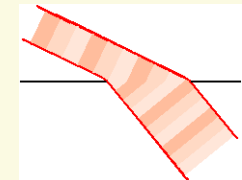
- (i) a deformação de cada mola e a respectiva energia elástica na posição de equilíbrio.
- (ii) o deslocamento total x para baixo do corpo m até chegar à posição de equilíbrio.
- (iii) o período do movimento harmónico da massa m , caso seja puxada para baixo, fora da sua posição de equilíbrio, e depois largada.



(i) $E_1 = \frac{m^2 g^2}{2k}, \quad E_2 = 2 \frac{m^2 g^2}{k}$

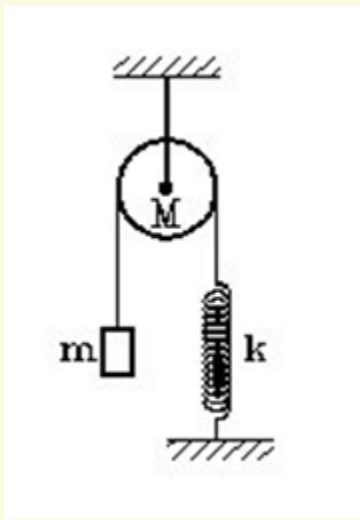
(ii) $x = 5 \frac{mg}{k}$

(iii) $T = 2\pi \sqrt{\frac{5m}{k}}$



Considere uma massa m suspensa na extremidade de um fio que passa por uma roldana da massa M e raio R ($I = MR^2/2$). Sabendo a constante elástica k da mola, determine:

- (i) a deformação x_0 da mola na posição de equilíbrio do sistema.
- (ii) o período de oscilação da massa m .



(i) $x_0 = \frac{mg}{k}$

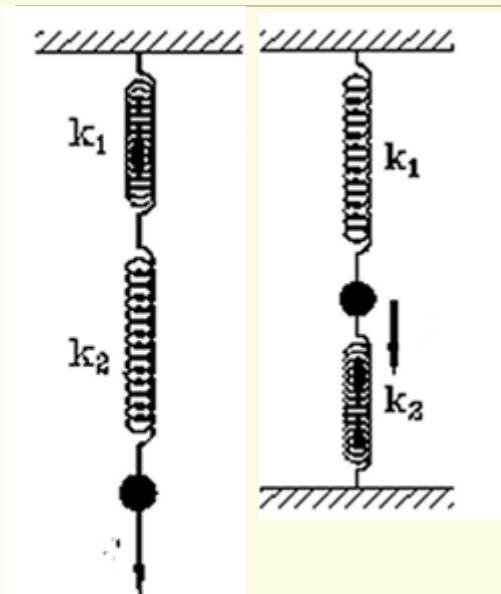
(ii) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{1}{2}M}{k}}$

Considere uma massa m pendurada na extremidade de duas molas ligadas em série, com constantes elásticas k_1 e k_2 (ver figura).

(i) Determine a razão U_1/U_2 das energias potenciais elásticas das duas molas, no equilíbrio.

(ii) Determine a pulsação ω_0 do movimento harmónico da massa m .

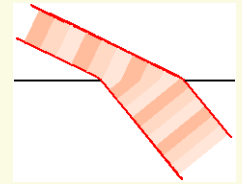
(iii) Determine a nova pulsação ω do movimento harmónico da mesma massa, se for colocada entre as duas molas (ver figura).



(i)
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{k_2}{k_1}$$

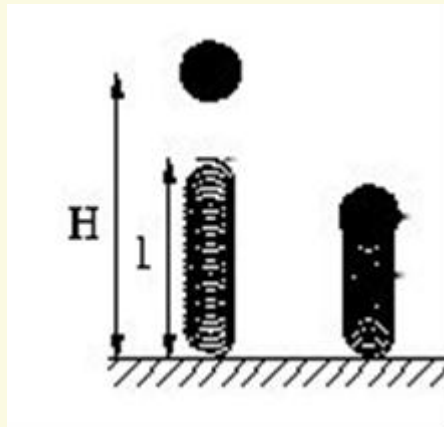
(ii)
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}}$$

(iii)
$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

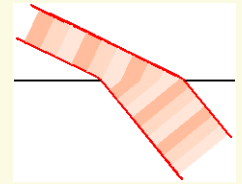


Considere uma mola vertical de comprimento l e constante elástica k fixada no chão. Uma bola de massa m , largada a uma altura H acima do chão, determina a compressão da mola.

Determine a velocidade máxima adquirida pela bola durante o seu movimento vertical.



$$v_{\max} = \sqrt{2g(H-l) + \frac{mg^2}{k}}$$



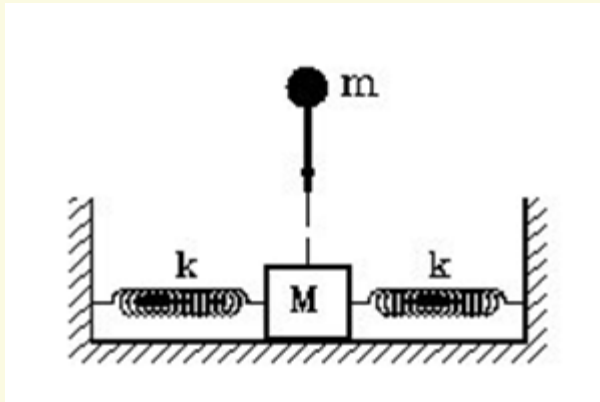
Um corpo de massa M , ligado a duas molas de constante elástica k , executa um movimento harmónico simples com amplitude A_0 no plano horizontal.

(i) Qual a expressão do período de oscilação T_0 do corpo M ?

No momento em que passa pela posição de equilíbrio, ao corpo M cola-se um bocado de plasticina com massa m . Determine:

(ii) A nova amplitude A de oscilação do sistema $M + m$ em função de A_0 .

(iii) O novo período T de oscilação do sistema?



(i) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{2k}}$

(ii) $A = A_0\sqrt{\frac{M}{M+m}}$

(iii) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{2k}}$